# MAШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 621.9:531.3

DOI 10.23947/1992-5980-2018-18-2-201-213

## Влияние геометрии режущего инструмента на динамику процесса точения\*

В. Л. Заковоротный<sup>1</sup>, В. Е. Гвинджилия<sup>2</sup>, В. С. Минаков<sup>3\*\*</sup>

<sup>1,2,3</sup>Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Cutting-tool geometry effect on turning process dynamics\*\*\*

V. L. Zakovorotny<sup>1</sup>, V. E. Gvindzhiliya<sup>2</sup>, V. S. Minakov<sup>3\*\*</sup>

1,2,3 Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Введение. Многие ученые в своих исследованиях, направленных на изучение динамики процесса точения, устойчивости системы резания и формируемых различных притягивающих множеств деформационных смещений, рассматривают станок, как автономную систему. В отличие от этих работ, в данной статье рассматриваются динамические свойства процесса резания, зависящие от параметров динамической связи, формируемой процессом резания, и от свойств подсистем, взаимодействующих с резанием, с учетом влияния внешних возмущений. Многие из этих свойств зависят от геометрии режущего инструмента, следовательно, динамические свойства процесса обработки изменяются при изменении геометрических характеристик инструмента. В частности, изменение геометрических параметров инструмента изменяют устойчивость траекторий формообразующих движений, и их вариации могут вызывать бифуркации притягивающих множеств деформационных смещений. Траектории формообразующих движений не только определяют геометрическую топологию обрабатываемой детали, но и интенсивность изнашивания инструмента, которые зависят от геометрических параметров инструмента.

Материалы и методы. В статье приводится математическая модель, характеризующая динамику системы, возмущенной биениями шпиндельной группы, и на ее основе с помощью программного пакета Matlab создана модель, позволяющая проводить цифровое экспериментальное исследование.

Результаты исследования. Приводятся результаты математического моделирования и примеры изменения свойств системы в зависимости от геометрических параметров режущего инструмента.

Обсуждение и заключение. Обсуждается вопрос о согласовании управления (например, от системы ЧПУ) с динамическими свойствами процесса резания. Одно из направлений такого согласования связано с выбором углов режущего инструмента такими, чтобы траектории формообразующих движений оставались устойчивыми при всех вариациях технологических режимов.

Introduction. Many scientists in their research aimed at investigating the cutting process dynamics, the cutting system stability and forming various attracting sets of deformational displacements, consider the machine an autonomous system. In contrast to these works, this paper describes the dynamic properties of the cutting process depending on the dynamic linking parameters under cutting, and on the properties of the subsystems interacting with cutting, taking into account the external disturbances effect. Many of these properties depend on the cutting-tool geometry, and thus the dynamic properties of the treatment process change when the tool geometric characteristics change. In particular, changes in the tool geometric parameters alter the stability of the forming movement trajectories, and their variations can cause bifurcations of the attracting sets of deformation displacements. The forming motion patterns determine both the geometric topology of the workpiece, and the tool wear rate, which depend on the tool geome-

Materials and Methods. A mathematical model that characterizes the system dynamics disturbed by the spindle group wavering is presented. On its basis, a model that allows for digital experimental research is developed through the use of the software package Matlab.

Research Results. The mathematical simulation results and examples of changes in the system properties depending on the cutting-tool geometry are presented.

Discussion and Conclusions. The problem of matching the control (for example, from the CNC system) and the cutting process dynamics is discussed. One of the directions of this matching is connected with the selection of cutting-tool corners such as forming motion trajectories could remain steady under all variations of the process conditions.



<sup>\*</sup> Работа выполнена в рамках инициативной НИР.

<sup>\*\*</sup>E-mail: vzakovorotny@dstu.edu.ru, sinedden@yandex.ru

<sup>\*\*\*\*</sup> The research is done within the frame of independent R&D.

**Ключевые слова**: точение, геометрия инструмента, биения шпинделя, притягивающие множества, геометрическая топология поверхности.

*Образец для цитирования:* Заковоротный В. Л.

Процесс формирования компактов / В. Л. Заковоротный, В. Е. Гвинджилия, В. С. Минаков // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2018. — Т.18, №2. — С. 201–213. DOI:10.23947/1992-5980-2018-18-2-201-213

**Keywords:** turning, tool geometry, spindle wavering, attractive sets, surface geometric topology.

*For citation:* V. L. Zakovorotny, V.E. Gvindzhiliya, V.S. Minakov Cutting-tool geometry effect on turning process dynamics. Vestnik of DSTU, 2018, vol. 18, no.2, pp. 201–213. DOI: 10.23947/1992-5980-2018-18-2-201-213

Введение. При изучении динамики процесса точения рассматриваются взаимодействующие через процесс обработки подсистемы со стороны инструмента и обрабатываемой детали. При этом рассматриваются проблемы устойчивости и формируемых в окрестности равновесия различных притягивающих множеств деформационных смещений [1-14]. В этих исследованиях анализируется автономная динамическая система резания. Однако реальный станок, в зависимости от его точности, имеет неуправляемые возмущения, прежде всего, биения шпиндельной группы. Поэтому рассмотрены проблемы преобразования этих возмущений в траектории формообразующих движений и в геометрическую топологию поверхности детали [15-20]. В этих работах показано, что на траектории формообразующих движений, оказывающих наибольшее влияние на геометрическую топологию поверхности, принципиальное влияние оказывают свойства динамической связи, формируемой процессом резания. Эти свойства зависят от геометрии режущего инструмента, ее влияние на динамику системы ограничены экспериментальными исследованиями. Исключением является работа [14], в которой анализируются бифуркации притягивающих множеств деформационных смещений инструмента за счет изгибных его деформаций, которые приводят к изменениям переднего и заднего углов инструмента. Однако геометрические параметры инструмента в исходном (без резания) состоянии также изменяют силы, следовательно, представление их в координатах состояния системы резания характеризует свойства динамической связи, формируемой резанием. В представленной статье рассматривается вопрос влияния геометрии инструмента на динамические свойства системы резания в единстве устойчивости равновесия, рассматриваемого в подвижной системе координат, движение которой задается управлением, например, программой ЧПУ. Кроме этого анализируются вопросы влияния геометрии инструмента на формируемые в окрестности равновесия притягивающие множества деформационных смещений, а также на интенсивность изнашивания инструмента. Тем самым содержание статьи характеризует дальнейшее развитие знаний о динамике процесса резания, зависящей от геометрических параметров инструмента.

**Математическое моделирование.** В настоящее время наиболее распространенный метод точения основан на использовании сменных твердосплавных пластин, которые устанавливаются на специальной оснастке их крепления. Вначале остановимся на четырехгранных пластинах из T15K6, и рассмотрим влияние главного угла в плане  $\phi$  (рис. 1 a, b), а также заднего угла  $\alpha$  режущей пластины (рис. 1 c) на динамические свойства процесса обработки. Для четырехгранных пластин очевидно соотношение  $\phi + \phi^1 = \pi/2$ . Тогда взаимосвязь деформационных смещений  $X = \{X_1, X_2, X_3\}^T \in \Re^3$  и сил  $F_\Sigma$  при продольном точении абсолютно жесткой детали определяется [18, 21, 22]

$$m\frac{d^2X}{dt^2} + h\frac{dX}{dt} + cX = F_{\Sigma}, \qquad (1)$$

где  $m = [m_{s,k}]$ ,  $m_{s,k} = m$ , npu: s = k,  $m_{s,k} = 0$ ,  $npu: s \neq k$ , s,k = 1,2,3 в  $\kappa \varepsilon c^2 / m M$ ,  $h = [h_{s,k}]$ , s,k = 1,2,3 в  $\kappa \varepsilon c / m M$ ,  $c = [c_{s,k}]$ , s,k = 1,2,3 в  $\kappa \varepsilon / m M$  — симметричные, положительно определенные матрицы инерционных, скоростных и упругих коэффициентов;  $F_{\Sigma} = F + F^{(i)}$  — силы резания, представленные в координатах состояния и внешних воздействиях. В силах  $F_{\Sigma} = \{F_{\Sigma}^{(1)}, F_{\Sigma}^{(2)}, F_{\Sigma}^{(3)}\}^T$  выделены две группы: силы, формируемые в области передней поверхности инструмента  $F = \{F_1, F_2, F_3\}^T$ , и в области контакта его двух задних граней  $F^{(i)} = \{F^{(1)}, F^{(2)}, F^{(3)}\}^T$ с деталью (рис. 1).

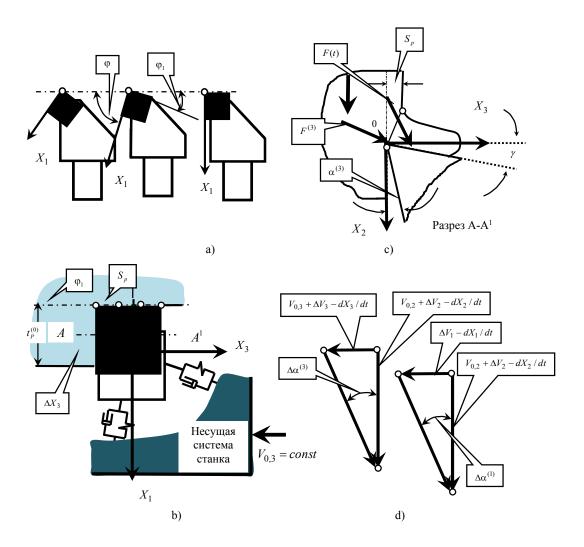


Рис.1. Ориентация осей деформационных смещений и сил, действующих на режущий инструмент: а — варианты изменения главного и вспомогательных углов в плане; b — динамическая модель подсистемы инструмента; с — ориентация сил и деформационных смещений в плоскости, нормальной к поверхности резания; d — изменение кинематических задних углов инструмента

Fig. 1. Orientation of axes of deformation displacements and forces affecting cutting tool: a – alternative changes in major and minor cutting edge angles; b – dynamic model of tool subsystem; c – orientation of forces and deformation displacement in plane orthogonal to cutting surface; d – working clearance variation

Расположим ортогональную систему координат  $\{X_1, X_2, X_3\}$  таким образом, чтобы ось  $X_2$  оставалась неизменной. Систему координат будем вращать относительно этой оси таким образом, чтобы ось  $X_1$  совпадала с направлением вершины режущего лезвия, как показано на рис. 1 а. В системе координат  $\{X_1, X_2, X_3\}$  будем рассматривать матрицы жесткости и скоростных коэффициентов инструмента. Правила преобразования матриц  $m = \begin{bmatrix} m_{s,k} \end{bmatrix}, \ h = \begin{bmatrix} h_{s,k} \end{bmatrix}, \ c = \begin{bmatrix} c_{s,k} \end{bmatrix}$  за счет поворота системы координат изложены в работах [21–24]. Также учтем радиальные биения, представленные заданными функциями  $\Delta X_1(t) \ d\Delta X_1(t) \ d\Delta X_1(t)$ .

Вначале подробно рассмотрим случай, когда  $\phi \Rightarrow \pi/2$ , но несколько меньше, чтобы контакт задней вспомогательной грани с деталью существовал только на участке текущего значения оборотной подачи. На рис.1 b участки контакта показаны светлыми кругами. Тогда направление скорости подачи можно считать совпадающим с осью  $X_3$ , а по оси  $X_1$  имеет место смещение вершины инструмента относительно оси детали. Грани инструмента вместе с осью  $X_2$  образуют ортогональную систему координат. Для определения уравнения динамики выясним представление сил, действующих на инструмент в координатах состояния системы. Для сил  $F^{(i)} = \{F^{(1)}, F^{(2)}, F^{(3)}\}^T$ 

$$\begin{cases} F^{(1)} = \rho_0 \{ \int_{t-T}^{t} [V_{0,3} - dX_3 / dt] dt \} \exp[\alpha_0 (\Delta V_1(t) - dX_1 / dt)]; \\ F^{(2)} = k_T [F^{(1)} + F^{(3)}]; \\ F^{(3)} = \rho_0 [t_P^{(0)} + \Delta X_1(t) - X_1(t)] \exp[\alpha_0 [V_{0,3} - dX_3 / dt], \end{cases}$$
(2)

где  $\rho_0$  — силы, приведенные к длине контакта в  $[\kappa \mathcal{E}/MM]$ ;  $\alpha_0$  — коэффициенты нарастания сил;  $\Delta X_i(t)$ ,  $\Delta V_i(t) = d\Delta X_i/dt$ , i=1,2,3 — заданные функции биений;  $k_T$  — коэффициент трения;  $V_{0,3} = const$ ,  $t_P^{(0)} = const$  — скорость продольного суппорта и припуск без учета упругих деформаций;  $T=1/\Omega_0$  — время оборота детали. В (2) приняты во внимание следующие свойства:

- 1) Силы, действующие на заднюю грань, имеют направление  $X_3$ , и они увеличиваются при возрастании площади контакта грани с деталью (рис. 1 b и с). Следовательно, они зависят от величины припуска с учетом упругой деформации в направлении  $X_1$ .
- 2) Силы, действующие на заднюю вспомогательную грань, имеют направление по оси  $X_1$ . Они также увеличиваются при возрастании длины контакта с деталью. Поэтому они зависят от подачи с учетом упругой деформации в направлении  $X_3$ . Если равновесие является асимптотически устойчивым, то

$$\int_{t-T}^{t} [V_{0,3} - dX_3 / dt] dt \Rightarrow S_p^{(0)} = const.$$

3) Силы  $F^{(1)}$  и  $F^{(3)}$  непропорционально быстро увеличиваются при сближении задних граней с деталью, то есть в зависимости от задних углов  $\alpha^{(1)}$  и  $\alpha^{(3)}$ . Задние углы определяются (рис. 1 d)

$$\alpha^{(i)}(t) = \alpha^{(i,0)} + \Delta \alpha^{(i)}(t); \quad \Delta \alpha^{(i)}(t) = arctg \frac{V_{0,i} + \Delta V_i(t) - dX_i / dt}{V_{0,2} + \Delta V_2(t) - dX_2 / d}, i = 1, 3.$$
(3)

Таким образом, закон увеличения сил при сближении поверхностей зависит от задних углов и определяется параметрами  $\alpha_1$  и  $\alpha_3$ . В таблице 1 приведены идентифицированные значения этих параметров при обработке конструкционной стали 20X при различных значениях задних углов  $\alpha^{(1,0)} = \alpha^{(3,0)} = \alpha_0$  и скоростей резания. Там же приведены параметры  $\rho_0$ , имеющие смысл жесткости.

Таблица 1

Table 1

## Параметры задних углов инструмента при обработке конструкционной стали

Cutter clearance parameters under structural steel processing

$\alpha^{(0)}$	$0_0$			30			$6^0$		
$V_3^{(0)}, M/c$	1,0	1,5	2,0	1,0	1,5	2,0	1,0	1,5	2,0
$\alpha_0, c / MM$	50,0	45,0	30,0	30,0	22,0	15,0	10,0	7,0	5,0
ρ <sub>0</sub> , кг / мм	10,0	8,7	7,5	5,0	4,5	4,1	2,0	1,5	1,3

Так как вариации скорости резания за счет деформационных смещений являются малыми, то в (2) зависимость параметров системы от скорости резания можно не принимать во внимание. Кроме этого в силах F учтем их запаздывание по отношению к деформационным смещениям [21].

$$\begin{cases}
T_{1}dF_{1} / dt + F_{1} = \rho_{0,0}\chi_{1}\{1 + \mu \exp[-\alpha(V_{0,2} - dX_{2} / dt)]\}[t_{P}^{(0)} + \Delta X_{1}(t) - X_{1}(t)] \int_{t-T}^{t} \{V_{0,3} - dX_{3} / dt\}dt; \\
T_{2}dF_{2} / dt + F_{2} = \rho_{0,0}\chi_{2}\{1 + \mu \exp[-\alpha(V_{0,2} - dX_{2} / dt)]\}[t_{P}^{(0)} + \Delta X_{1}(t) - X_{1}(t)] \int_{t-T}^{t} \{V_{0,3} - dX_{3} / dt\}dt; \\
T_{3}dF_{3} / dt + F_{3} = \rho_{0,0}\chi_{3}\{1 + \mu \exp[-\alpha(V_{0,2} - dX_{2} / dt)]\}[t_{P}^{(0)} + \Delta X_{1}(t) - X_{1}(t)] \int_{t-T}^{t} \{V_{0,3} - dX_{3} / dt\}dt,
\end{cases}$$
(4)

где  $T_i$ , i=1,2,3 — постоянные времени запаздывания сил;  $\rho_{0,0}$  — давление на переднюю поверхность инструмента в области малых скоростей;  $\mu$  — коэффициент соотношения сил в областях малых и больших скоростей;  $\alpha$  — коэффициент, определяющий убывание сил при увеличении скорости;  $V_{0,2}$  — скорость резания. В (3) принято во внимание, что в переходных процессах ориентация сил изменяется. Системы (1)–(3) характеризуют

динамику процесса резания, возмущенную биениями  $\Delta X_1(t)$  шпиндельной группы. В этой системе выражение (2) характеризует нелинейную диссипацию. В частности, если биения шпинделя отсутствуют и точка равновесия устойчива, то силы, действующие на задние грани, во-первых, постоянны, во-вторых, они являются малыми по отношению к силам, действующим на переднюю грань. Таким образом, без биений и других неуправляемых возмущений, например, при наличии кинематических возмущений со стороны приводов подачи, связь, формируемая в области контакта задних граней с деталью, не влияет на устойчивость. Ситуация меняется принципиально, если равновесие неустойчиво или в системе имеют место неуправляемые возмущения. В этом случае связь, формируемая в области контакта задних граней, которая зависит от задних углов инструмента, изменяет динамику. Ее изменение зависит от  $\delta V_i(t) = \Delta V_i(t) - dX_i/dt$ . Вначале рассмотрим упрощенный случай преобразования  $\delta V_1(t) = v_{0,1} \sin(\Omega t)$  в силы  $F^{(1)}(t)$ , изменяющие деформационные смещения  $X_1(t)$ . Кроме этого положим, что в системе установилось постоянное значение величины подачи, то есть в (2)  $F^{(0,1)} = \rho_1 \{\int\limits_{t-T}^t [V_{0,3} - dX_3/dt]dt - \Delta X_3(t)\} = const$ . Тогда изменения сил  $\Delta F^{(1)}(t)$ , обусловленные вариациями  $\delta V_1(t)$ , будут

$$\Delta F^{(1)}(t) = F^{(0,1)} \{ e^{\alpha_1 \nu_{0,1} \sin \Omega t} - 1 \}. \tag{5}$$

Если усреднить (5) по периоду функции  $\delta V_1(t)$ , то имеем следующее выражение для постоянной составляющей приращения силы  $\Delta F^{(1)}(t)$ 

$$\Delta \tilde{F}^{(1)} = F^{(0,1)} \hat{V}(\alpha_1 v_{0,1}), \tag{6}$$

где  $\hat{V}(\alpha_1 \nu_{0,1}) = \{\frac{1}{2}(\alpha_1 \nu_{0,1})^2 + \frac{1}{192}(\alpha_1 \nu_{0,1})^4 + ...\}$ . Приращение  $\Delta \tilde{F}^{(1)}$  вызывает изменение деформаций  $X_1$ , от которых зависит диаметр обрабатываемой детали. Вариации  $X_1$  вызывают и изменения сил, действующих на переднюю поверхность инструмента F(t). Поэтому имеет место перераспределение сил и деформационных смещений, зависящее от времени. Это приводит к динамической перестройке свойств системы в целом, например, к преобразованию детерминированной в хаотическую динамику системы.

Влияние геометрии инструмента на устойчивость и формообразующие траектории. Проанализируем влияние углов инструмента на динамику системы на примере. Параметры подсистемы инструмента представлены в таблице 2, модели связи — в таблице 3. Для удобства примем  $T_1=T_3=0,5T_2=T$ . Изучение выполнено на основе цифрового моделирования с использованием программного комплекса Matlab. Рассмотрен пример продольного точения стали типа 20X с режимами: глубина  $t_P^{(0)}=2,5$ мм, подача  $S_P^{(0)}=0,1$ мм, скорость  $V_{3,0}=1,5$ м/с. Обработка ведется с радиальными биениями  $t_P(t)=t_P^{(0)}[1+\mu(t)]$  (  $\mu(t)=\mu_0\sin\Omega t$  ).

Таблица 2

Table 2

# Параметры подсистемы инструмента

## Tool subsystem parameters

$h_{1,1}$ , кг $\cdot$ с/ мм	$h_{2,2}$ , кг $\cdot$ с/ мм	$h_{3,3}$ , кг $\cdot$ с/ мм	$h_{1,2} = h_{2,1}$ , кг $\cdot$ $c$ / мм	$h_{1,3} = h_{3,1}$ , кг $\cdot$ с/ мм	$h_{2,3} = h_{3,2}$ , кг $\cdot$ с/ мм
0,25	0,15	0,15	0,1	0,08	0,08
$c_{1,1}$ , кг / мм	$C_{2,2}$ , кг / мм	$c_{3,3}$ , кг / мм	$c_{1,2} = c_{2,1}, \kappa e / MM$	$c_{1,3} = c_{3,1}, \kappa 2 / MM$	$c_{2,3} = c_{3,2}, \kappa 2 / MM$
1000	800	800	200	100	100

Таблица 3

Table3

# Параметры динамической связи процесса резания

## Parameters of dynamic link of cutting process

$\rho_0$ , $\kappa$ 2 / $MM^2$	α,с/мм	$\alpha_0, c / MM$	T,c	ρ <sub>0</sub> ,κг/мм
500	0,1	(20-50)	(0,01-0,1)	2,0

Ранее опубликован материал, касающийся свойств притягивающих множеств деформационных смещений инструмента с учетом биений и кинематических возмущений [10, 18]. Дополним его особенностями влияния  $\alpha_0$  на устойчивость и формируемые притягивающие множества. Вначале рассмотрим пример изменения стационарного состояния системы в зависимости от амплитуды биений при различных задних углах (рис. 2). Частота биений равна  $50.0~{\rm c}^{-1}$ . Здесь система без биений имеет асимптотически устойчивое равновесие, которое во времени не смещается (рис. 2 а). При малых амплитудах биений (на иллюстрации этот случай не приведен) за счет биений устанавливаются устойчивые периодические движения в деформационных смещениях, их скоростях и силах.

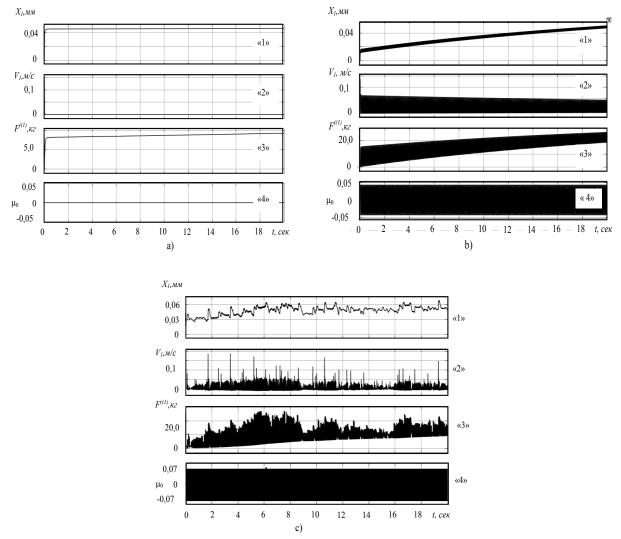


Fig. 2. Example of deformation displacement change  $~X_1(t)$  «1», their velocities  $~V_1(t)$  "2", forces "3" affecting back of tool and spindle group "4" wavering: a —no wavering; b —  $\alpha_0=20$ ,  $\mu_0=0,05$ ; c —  $\alpha_0=50$ ,  $\mu_0=0,07$ 

В этом случае усредненные по периоду колебательные скорости и силы равны нулю, а средние значения деформационных смещений постоянны. При увеличении амплитуды биений (рис. 2 b) наблюдается смещение во времени усредненных по периоду деформаций. Это отображается в монотонном и медленном изменении диаметра обработки. Изменение диаметра обусловлено не износом, который не рассматривается, а эффектами нелинейной динамики.

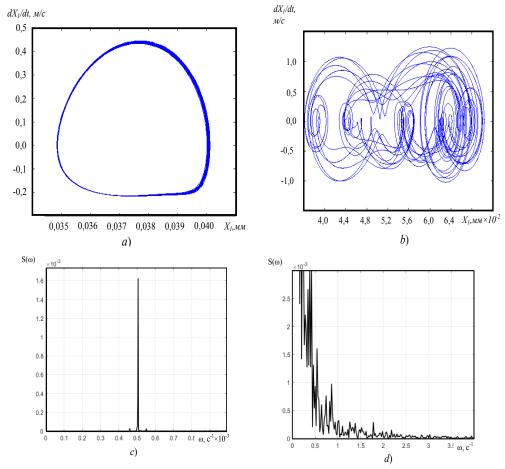


Рис. 3. Пример изменения фазовых траекторий и спектров деформационных смещений инструмента, соответствующих рис. 2 b и с

Fig. 3. Example of change in phase path and in tool deformation displacement spectra corresponding to fig. 2 b and c

Наконец, если еще увеличить амплитуду биений и параметр  $\alpha_0$ , зависящий от угла  $\alpha$  (рис. 2 c), то после бифуркаций удвоения периода наблюдается преобразование детерминированной динамики в хаотическую. Причем, хаос образуется в низкочастотной области. Это приводит к самопроизвольным изменениям макрорельефа поверхности и волнистости. На рис. 3 для двух режимов приведены фрагменты проекций фазовых траекторий деформационных смещений на плоскость ( $X_1 - dX_1 / dt$ ), а также соответствующие спектры колебательных смещений. Как видно, устойчивые периодические движения на рис. З а, имеющие практически дельтообразный спектр (рис. 3 с), преобразуется в хаотические колебаний (рис. 3 b). Они имеют непрерывный спектр, расположенный в низкочастотной области (рис. 3 d). Размах хаотических колебаний возрастает в несколько раз. Важно подчеркнуть, что динамическая связь, формируемая в контакте задних граней с деталью, при малых биениях практически не влияет на динамические свойства процесса. Ее влияние становится заметным при увеличении амплитуды биений на величину, в нашем случае превышающую 0,01 мм. При дальнейшем ее увеличении рассматриваемая связь изменяет динамику. Система может потерять устойчивость за счет параметрического самовозбуждения. Даже в случае, если без биений равновесие является устойчивым, за счет биений не только теряется устойчивость, но и в окрестности равновесия формируется сложная динамики. Установлено, что, в зависимости от параметров системы и биений в окрестности равновесия формируются сложные колебания (инвариантные торы с периодически изменяющимися амплитудами, хаотические аттракторы), которые влияют на геометрическую топологию поверхности. Кроме этого, по мере увеличения амплитуды в области контакта задней грани с деталью выделяется дополнительная энергия. Не трудно показать, что в этом случае за счет циркуляционных сил существуют необратимые преобразования энергии механической системы, которая стимулирует процессы изнашивания инструмента.

При неизменных режимах углы в плане  $\phi$  и  $\phi^1$  (рис. 1a) непосредственно влияют на устойчивость равновесия. Это обусловлено двумя обстоятельствами. Во-первых, при уменьшении  $\phi$  наблюдается увеличение длины контакта режущего лезвия с деталью. Поэтому увеличивается склонность системы к потере устойчивости. Во-вторых, поворот системы координат вызывает изменение всех элементов матрицы h и c в (1). При этом меняется взаимное влияние колебательных смещений по различным направлениям. Принципиально можно выбрать такие повороты осей, при которых имеет место скаляризация динамических подсистем инструмента. Проанализируем изменение устойчивости в зависимости от угла  $\phi$ . Угол  $\phi^1$  связан с  $\phi$  геометрическим соотношением  $\phi^1 = \pi/2 - \phi$ .

Для анализа устойчивости необходимо рассмотреть линеаризованное уравнение в вариациях относительно равновесия, представленного вектором  $X^* = \{X_1^*, X_2^*, X_3^*, F_1^*, F_2^*, F_3^*\}^T$  [25]. Из (1)–(3) после замены  $X_i(t) = x_i(t) + X_i^*, i = 1, 2, 3$  и  $F_i(t) = f_i(t) + F_i^*, i = 1, 2, 3$  вычислим линеаризованное уравнение в вариациях

$$M\frac{d^2z}{dt^2} + H\frac{dz}{dt} + Cz = 0, \qquad (7)$$

где  $z(t) = \{x_1(t), x_2(t), x_3(t), f_1(t), f_2(t), f_3(t)\}^T$ ;

Для данных, приведенных в таблицах 2 и 3, прямым цифровым моделированием были определены области устойчивости при различных значениях угла  $\phi$  и параметров радиальных биений (рис. 4). Когда биения отсутствуют, на устойчивость оказывают влияние свойства подсистемы инструмента и процесса резания определяемые, в основном, параметрами  $\rho_{0,0}$  и  $T_P$ . Однако, как показывает система (7), не меньшее влияние имеет угол  $\phi$ , от которого зависит длина режущего лезвия в контакте с зоной обработки. Эта длина не только изменяет коэффициент приращения сил, вызванных деформациями по направлению  $X_3$ , но и элементы матрицы скоростных коэффициентов, симметричная составляющая которых может стать отрицательно определенной и привести к потере устойчивости.

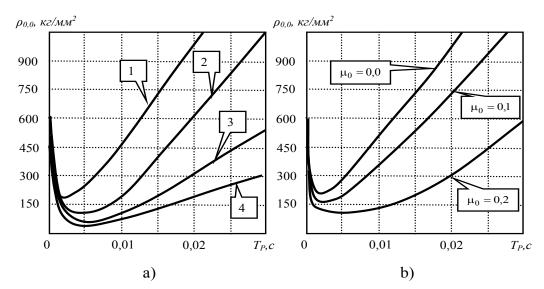


Рис. 4. Области устойчивости невозмущенной системы в плоскости « $\rho_{0,0}$  - $T_P$ » (а) и возмущенной радиальными биениями с амплитудой  $\mu_0$  и углом  $\phi$ = $\pi$ /2 (b):1 —  $\phi$ = $\pi$ /2; 2 —  $\phi$ = $\pi$ /3; 3 —  $\phi$ = $\pi$ /4; 4 —  $\phi$ = $\pi$ /1,8

Fig. 4. Stability regions of unperturbed system in plane "
$$\rho_{0,0}$$
— $T_P$ " (a) and perturbed by radial runout with amplitude  $\mu_0$  and angle  $\phi=\pi/2$  (b):  $1-\phi=\pi/2$ ;  $2-\phi=\pi/3$ ;  $3-\phi=\pi/4$ ;  $4-\phi=\pi/1.8$ 

При наличии же биений в системе дополнительно образуются условия для параметрического самовозбуждения, которое, как показано ранее [18, 26, 27], зависит от частоты вращения шпинделя и уровня параметрического самовозбуждения. Здесь приведем лишь пример влияния уровня биений, оцениваемый параметром  $\mu_0$ , на устойчивость (рис. 4. b).

Анализ результатов. При управлении процессом резания на станках, например, на основе использования систем ЧПУ, необходимо не только обеспечивать соответствие программы ЧПУ и траекторий движения исполнительных элементов станка, но и согласовать эти траектории с динамическими свойствами системы резания. Приведенные данные показывают, что одним из условий согласования является выбор геометрических параметров инструмента, при которых управляемые траектории являются асимптотически устойчивыми. Показано, что устойчивость зависит от геометрии инструмента, главным образом, от главного угла в плане  $\phi$  и задних углов  $\alpha$  и  $\alpha$ . Показано, что при обработке инструментом с четырехгранными пластинками уменьшение главного угла в плане в диапазоне  $\phi \in (0, \pi/2)$  вызывает непропорционально быстрое расширение области неустойчивости системы в параметрическом пространстве динамической связи, формируемой процессом резания. В свою очередь, параметрическое пространство математических моделей динамической связи определяется технологическими режимами, то есть программируемыми траекториями исполнительных элементов станка. Склонность системы к потере устойчивости резко возрастает и при значениях угла  $\phi$ 7. При обработке инструментами с трехгранными пластинками диапазон допустимых вариаций главного угла в плане возрастает.

На допустимые изменения этого угла большое влияние оказывают биения шпиндельной группы. Даже незначительные биения с амплитудами  $\Delta X_1 \langle 0,01\,\text{мм}$  при обработке четырехгранными пластинами с углами  $\phi \rangle \pi/2$  приводят к резкому расширению области неустойчивости в параметрическом пространстве. Это обусловлено длиной контакта задней грани с деталью, которая при  $\phi \rangle \pi/2$  определяется не величиной оборотной подачи, а длиной режущего лезвия. Поэтому в зависимости от величины биений оптимальное по устойчивости значение угла необходимо уменьшать. Наши исследования показывают, что при чистовом точении при биениях шпиндельной группы 0,01мм, оптимальные по устойчивости главные углы в плане при точении четырехгранными пластинками равны  $\phi \in (80-85)^\circ$ . При обработке трехгранными пластинками —  $\phi \in (85-95)^\circ$ . Причем значения углов большее  $90^\circ$  устанавливаются не только при обработке карманов, но и для уменьшения упругого отжима инструмента.

Если биения отсутствуют и равновесие устойчиво, то задние углы инструмента практически не влияют на динамику системы. В тех же случаях, когда по условиям обработки или состоянию станка наблюдаются условия, при которых имеют место сближения задних граней инструмента с деталью, величины задних углов имеют принципиальное значение. Как показано в материалах статьи, например, в зависимости от биений, за

счет периодического сближения задней грани инструмента с деталью формируются дополнительные силы, действующие на задние грани. Модель этих сил в координатах состояния не обладает потенциальными свойствами, поэтому на виртуальных перемещениях инструмента эти силы совершают работу. Это вызывает интенсификацию износа инструмента [28]. Кроме этого, сближение задних граней инструмента с деталью при периодических движениях инструмента, во-первых, приводит к образованию динамической постоянной составляющей деформационных смещений. Причем эта составляющая может возрастать со временем. Она непосредственно изменяет диаметр обрабатываемой детали. Во-вторых, в зависимости от параметров биений, в системе может формироваться хаотическая динамика деформационных смещений, которая отображается в геометрической топологии поверхности детали в виде нерегулярных изменений текущего диаметра и образования продольной и поперечной волнистости. Поэтому в зависимости от параметров биений, для устранения этого недостатка необходимо, во-первых, увеличивать задние углы инструмента. Во-вторых, ужесточать требование к величине критического износа инструмента, величина которого в динамических исследованиях имеет тот же эффект, что и уменьшение заднего угла. В условиях проведенных исследований при биениях шпиндельной группы 0,01мм величина задних углов не должна быть меньше (6-7)°. При этом значение износа по задней грани не должно превышать (0,3-0,4) мм. При выборе заднего угла необходимо учитывать дополнительные условия прочности инструмента и зависимости его изнашивания от этого угла. При увеличении биений требования к геометрическим параметрам инструмента ужесточаются.

Заключение. При создании систем управления процессами обработки на станках и выборе программы ЧПУ необходимо согласовывать управляемые траектории движения исполнительных элементов станка с динамическими свойствами процесса резания. Одним из путей такого согласования является выбор геометрических параметров инструмента, при которых при заданных биениях шпинделя и траекториях движения исполнительных элементов станка обеспечивается условие асимптотически устойчивости траекторий формообразующих движений инструмента относительно детали.

## Библиографический список

- 1. Тлустый, И. Автоколебания в металлорежущих станках / Пер. с чешск. Москва : Машгиз, 1956. 395 с.
- 2. Tlusty, J., Polacek, A., Danek, C. &Spacek, J. [1962] SelbsterregteSchwingungenanWerkzeugmaschinen (VEB VerlagTechnik, Berlin).
  - 3. Tlusty, J. [2000] Manufacturing Processes and Equipment. (Prentice Hall, NJ).
  - 4. Tobias, S. A. [1965] Machine Tool Vibrations (Blackie, London).
  - 5. Кудинов, В. А. Динамика станков / В. А. Кудинов. Москва: Машиностроение, 1967. 359 с.
- 6. Эльясберг, М. Е. Автоколебания металлорежущих станков: Теория и практика / М. Е. Эльясберг. Санкт-Петербург: ОКБС, 1993. 182 с.
- 7. Вейц, В. Л. Задачи динамики, моделирования и обеспечения качества при механической обработке маложестких заготовок / В. Л. Вейц, Д. В. Васильков // СТИН. 1999. №6. С. 9–13.
- 8.Stepan, G. [1998] Delay-differential equation models for machine tool chatter, in Nonlinear Dynamics of Material Processing and Manufacturing, ed. Moon,F. C. (John Wiley, NY) pp. 165–192.
- 9.G. Stepan, T. Insperge and R. Szalai [2005] Delay, Parametric excitation, and the nonlinear dynamics of cutting processes / International Journal of Bifurcation and Chaos, Vol. 15, No. 9, p.p. 2783–2798.
- 10. Лапшин, В. П. Об одном частном случае синтеза систем управления процессом обработки металлов точением / В. П. Лапшин, Т. С. Бабенко, В. В. Христофорова // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. 2017. Т. 17, № 1 (88). С. 75–84.
- 11. Воронов, С. А. Критерии оценки устойчивости процесса фрезерования нежестких деталей / С. А. Воронов, А. В. Непочатов, И. А. Киселев // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2011. № 1. C. 50—62.
- 13. Васин, С. А. Синергетический подход к описанию природы возникновения и развития автоколебаний при точении / С. А. Васин, Л. А. Васин // Наукоемкие технологии в машиностроении. 2012. № 1. С. 11-16.
- 14. Бородкин, Н. Н. Предотвращение процесса возникновения и развития автоколебаний при точении резцами со структурированными державками / Н. Н. Бородкин, С. А. Васин, Л. А. Васин // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2014. № 11–1. С. 234–243.
- 15. Воронов, С. А. Нелинейные задачи динамики процессов резания / С. А. Воронов, И. А. Киселев // Машиностроение и инженерное образование. 2017. № 2 (51). С. 9–23.

- 16. Заковоротный, В. Л. Влияние погрешности движения исполнительных элементов токарного станка на траектории формообразующих движений / В. Л. Заковоротный, В. Е. Гвинджилия // Вестник Донского гос. техн. ун-та. 2017. № 1(88). С. 35–46.
- 17. Gouskov, A. M., Voronov, S. A., Paris, H. & Batzer, S. A. [2002] Nonlinear dynamics of a machining system with two interdependent delays / Commun. Nonlin. Sci. Numer. Simul., No7, p.p. 207–221.
- 18. J. Warminski, G. Litak, M. P. Cartmell, R. Khanin, M. Wiercigroch. [2003] Approximate analytical solutions for primary chatter in the non–linear metal cutting model / Journal of Sound and Vibration, No. 4, p.p. 917–933.
- 19. Бржозовский, Б. М. Управление динамикой резания по структуре упругого возмущения. / Б. М. Бржозовский, М. Б. Бровкова, И. Н. Янкин. // Станки и инструменты. 2018. №3 С. 21–23.
- 20. Заковоротный, В. Л. Влияние биений шпиндельной группы на геометрическую топологию поверхности детали при токарной обработке / В. Л. Заковоротный, В. Е. Гвинджилия // Станки и инструменты. 2018. № 4. С. 35–40.
- 21. Моделирование динамической связи, формируемой процессом точения, в задачах динамики процесса резания (скоростная связь) / В. Л. Заковоротный, [и др.] // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. 2011. Т. 11. № 2 (53). С. 137–146.
- 22. Моделирование динамической связи, формируемой процессом точения, в задачах динамики процесса резания (позиционная связь). / В. Л. Заковоротный [и др.] // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. 2011. Т. 11. № 3 (54). С. 301–311.
- 23. Remadna, M. and Rigal, J. [2006] Evolution during time of tool wear and cutting forces in the case of hard turning with CBN inserts, Journal of Materials Processing Technology, Vol. 178, pp.67–75.
- 24. Бржозовский, Б. М. Управление системами и процессами. / Б. М. Бржозовский, В. В. Мартынов. Саратов: Сарат. гос. техн. ун-т. 2008. С. 137–142.
- 25. Ляпунов, А. М. Общая задача об устойчивости движения / А. М. Ляпунов. Москва : Гостехиздат, 1950.-494 с.
- 26.Маликов, А. А. Возникновение эмерджентного эффекта в процессе стружкообразования при точении резцами, оснащенными режущими пластинами с шариками на передней поверхности / А. А. Маликов, Л. А. Васин, Е. В. Плахатникова // Станки и инструменты. 2018. №5. С. 9–12.
- 27. Brzhozovsky B.M., Yankin I.N., Brovkova M.B. [2005] Controlling the oscillatory process composition in machining by correcting the exciting force structure in the cutting zone / Procedia Engineering 2. Cep. "2nd International Conference on Industrial Engineering, ICIE 2016" p.p. 241–246.
- 28. Заковоротный, В. Л. Информационное обеспечение системы динамической диагностики износа режущего инструмента на примере токарной обработки / В. Л. Заковоротный, Е. В. Бордачев // Проблемы машиностроения и надежности машин. 1995. № 3. С. 95—103.

### References

- 1. Tlusty, I. Avtokolebaniya v metallorezhushchikh stankakh. [Self-excitation vibrations in cutting machines.] Transl. from Czech. Moscow: Mashgiz, 1956, 395 p. (in Russian).
- 2. Tlusty, J., Polacek, A., Danek, C. & Spacek, J. Selbsterregte SchwingungenanWerkzeugmaschinen. VEB Verlag Technik, Berlin, 1962.
  - 3. Tlusty, J. Manufacturing Processes and Equipment. Prentice Hall, NJ, 2000.
  - 4. Tobias, S. A. Machine Tool Vibrations. Blackie, London, 1965.
- 5. Kudinov, V.A. Dinamika stankov. [Machine dynamics.] Moscow: Mashinostroenie, 1967, 359 p. (in Russian).
- 6. Elyasberg, M.E. Avtokolebaniya metallorezhushchikh stankov: Teoriya i praktika. [Self-oscillation of metalcutting machine tools: Theory and practice.] St.Petersburg: OKBS, 1993, 182 p. (in Russian).
- 7. Veyts, V.L., Vasilkov, D.V. Zadachi dinamiki, modelirovaniya i obespecheniya kachestva pri mekhanicheskoy obrabotke malozhestkikh zagotovok. [Tasks of dynamics, modeling and quality assurance under machining of soft workpieces.] STIN, 1999, no. 6, pp. 9–13 (in Russian).
- 8.Stepan, G. Delay-differential equation models for machine tool chatter, in Nonlinear Dynamics of Material Processing and Manufacturing. Ed. Moon, F. C. John Wiley, NY, 1998, pp. 165–192.
- 9. Stepan, G., Insperge T. and Szalai, R. Delay, Parametric excitation, and the nonlinear dynamics of cutting processes. International Journal of Bifurcation and Chaos, 2005, vol. 15, no. 9, pp. 2783–2798.
- 10. Lapshin, V.P., Babenko, T.S., Khristoforova, V.V. Ob odnom chastnom sluchae sinteza sistem upravleniya protsessom obrabotki metallov tocheniem. [On a special case of synthesis of metal turning process control system.] Vestnik of DSTU, 2017, vol. 17, no. 1 (88), pp. 75–84 (in Russian).

- 11. Voronov, S.A., Nepochatov, A.V., Kiselev, I.A. Kriterii otsenki ustoychivosti protsessa frezerovaniya nezhestkikh detaley / [Criteria for assessing the stability of milling nonrigid parts.] Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building, 2011, no. 1, pp. 50–62 (in Russian).
- 13. Vasin, S.A., Vasin, L.A. Sinergeticheskiy podkhod k opisaniyu prirody vozniknoveniya i razvitiya avtokolebaniy pri tochenii. [Sinergetic approach to description of occurance and development nature of self-oscillations in turning.] Science Intensive Technologies in Mechanical Engineering, 2012, no. 1, pp. 11–16 (in Russian).
- 14. Borodkin, N.N., Vasin, S.A., Vasin, L.A. Predotvrashchenie protsessa vozniknoveniya i razvitiya avtokolebaniy pri tochenii reztsami so strukturirovannymi derzhavkami. [Prevention of the emergence and development of self-oscillations in turning cutters with structural holders.] Izvestiya TulGU, 2014, no. 11–1, pp. 234–243 (in Russian).
- 15. Voronov, S.A., Kiselev, I.A. Nelineynye zadachi dinamiki protsessov rezaniya. [Nonlinear problems of cutting process dynamics.] Mashinostroenie i inzhenernoe obrazovanie, 2017, no. 2 (51), pp. 9–23 (in Russian).
- 16. Zakovorotny, V.L., Gvindzhiliya, V.E. Vliyanie pogreshnosti dvizheniya ispolnitel'nykh elementov tokarnogo stanka na traektorii formoobrazuyushchikh dvizheniy. [Error effect of executive elements movement of the lathe tool on forming motion paths.] Vestnik of DSTU, 2017, no. 1(88), pp. 35–46 (in Russian).
- 17. Gouskov, A.M., Voronov, S.A., Paris, H. & Batzer, S A. Nonlinear dynamics of a machining system with two interdependent delays. Commun. Nonlin. Sci. Numer. Simul., 2002, n.o7, .p. 207–221.
- 18. Warminski, J., Litak, G., Cartmell, M.P., Khanin, R., Wiercigroch, M. Approximate analytical solutions for primary chatter in the non–linear metal cutting model. Journal of Sound and Vibration, 2003, no. 4, pp. 917–933.
- 19. Brzhozovsky. B.M., Brovkova, M.B., Yankin, I.N. Upravlenie dinamikoy rezaniya po strukture uprugogo vozmushcheniya. [Control of cutting dynamics along the structure of an elastic perturbation.] Stanki Instrument, 2018, no. 3, pp. 21–23 (in Russian).
- 20. Zakovorotny, V.L., Gvindzhiliya, V.E. Vliyanie bieniy shpindel'noy gruppy na geometricheskuyu topologiyu poverkhnosti detali pri tokarnoy obrabotke. [Effect of spindle group wavering on the geometric topology of the workpiece surface under turning.] Stanki Instrument, 2018, no. 4, pp. 35–40 (in Russian).
- 21. Zakovorotny, V.L., et al. Modelirovanie dinamicheskoy svyazi, formiruemoy protsessom tocheniya, v zadachakh dinamiki protsessa rezaniya (skorostnaya svyaz'). [Dynamic coupling modeling formed by turning in cutting dynamics problems (velocity coupling).] Vestnik of DSTU, 2011, vol. 1, no. 2 (53), pp. 137–146 (in Russian).
- 22. Zakovorotny, V.L., et al. Modelirovanie dinamicheskoy svyazi, formiruemoy protsessom tocheniya (pozitsionnaya svyaz'). [Dynamic coupling modeling formed by turning in cutting dynamics problems (positional coupling).] Vestnik of DSTU, 2011, vol. 11, no. 3 (54), pp. 301–311 (in Russian).
- 23. Remadna, M. and Rigal, J. Evolution during time of tool wear and cutting forces in the case of hard turning with CBN inserts. Journal of Materials Processing Technology, 2006, vol. 178, pp.67–75.
- 24. Brzhozovsky B.M., Martynov, V.V. Upravlenie sistemami i protsessami. [System and process control.] Saratov: Saratov St. Tech. Uni., 2008, pp. 137–142 (in Russian).
- 25. Lyapunov, A.M. Obshchaya zadacha ob ustoychivosti dvizheniya. [General problem on stability of motion.] Moscow: Gostekhizdat, 1950, 494 p. (in Russian).
- 26.Malikov, A.A., Vasin, L.A., Plakhatnikova, E.V. Vozniknovenie emerdzhentnogo effekta v protsesse struzhkoobrazovaniya pri tochenii reztsami, osnashchennymi rezhushchimi plastinami s sharikami na peredney poverkhnosti. [Origination of emergent effect in the process of chip formation under turning with cutters equipped with blade inserts with balls on the front face.] Stanki Instrument, 2018, no. 5, pp. 9–12 (in Russian).
- 27. Brzhozovsky B.M., Yankin I.N., Brovkova M.B. Controlling the oscillatory process composition in machining by correcting the exciting force structure in the cutting zone. Procedia Engineering 2. Ser. "2nd International Conference on Industrial Engineering, ICIE 2016", pp. 241–246.
- 28. Zakovorotny, V.L, Bordachev, E.V. Informatsionnoe obespechenie sistemy dinamicheskoy diagnostiki iznosa rezhushchego instrumenta na primere tokarnoy obrabotki. [Information support of the dynamic diagnostic system for cutting tool wear by the example of lathing.] Journal of Machinery Manufacture and reliability, 1995, no. 3, pp. 95–103 (in Russian).

Поступила в редакцию 15.04.2018 Сдана в редакцию 15.04.2018 Запланирована в номер 30.04.2018 Received 15.04.2018 Submitted 15.04.2018 Scheduled in the issue 30.04.2018

# Машиностроение и машиноведение

## Об авторах:

## Заковоротный Вилор Лаврентьевич,

профессор кафедры «Автоматизация производственных процессов» Донского государственного технического университета (РФ, 344000,

г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), доктор технических наук, профессор,

ORCID: <a href="https://orcid.org/0000-0003-2187-9897">https://orcid.org/0000-0003-2187-9897</a> vzakovorotny@dstu.edu.ru

## Гвинджилия Валерия Енвериевна,

магистрант кафедры «Автоматизация производственных процессов» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), ORCID: <a href="https://orcid.org/0000-0003-1066-4604sinedden@yandex.ru">https://orcid.org/0000-0003-1066-4604sinedden@yandex.ru</a>

## Минаков Валентин Степанович,

профессор кафедры «Автоматизация производственных процессов» Донского государственного технического университета (РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), доктор технических наук, профессор

## Authors:

## Zakovorotny, Vilor L.,

professor of the Production Automation Department, Don State Technical University (RF, 344000, Rostov-on-Don, Gagarin Square, 1), Dr.Sci. (Eng.), professor,

ORCID: <a href="https://orcid.org/0000-0003-2187-9897">https://orcid.org/0000-0003-2187-9897</a> <a href="mailto:yzakovorotny@dstu.edu.ru">yzakovorotny@dstu.edu.ru</a>

## Gvindzhilya, Valeria E.,

Master of Sci. of the Production Automation Department, Don State Technical University (RF, 344000, Rostov-on-Don, Gagarin Square, 1), ORCID: <a href="https://orcid.org/0000-0003-1066-4604">https://orcid.org/0000-0003-1066-4604</a> <a href="mailto:sinedden@yandex.ru">sinedden@yandex.ru</a>

## Minakov, Valentin S.

professor of the Production Automation Department, Don State Technical University (RF, 344000, Rostov-on-Don, Gagarin Square, 1), Dr.Sci. (Eng.), professor